TP : Pavages du plan

Pavages

Soit $\mathcal{T}$ un ensemble fini de compact d'intérieur non vide (appelé ensemble de tuiles).
Un pavage du plan est une décomposition du plan $\mathcal{P} = \bigcup_{g \in G, T \in \mathcal{T}} g(T)$ où

- G est un sous-ensemble du groupe des isométries du plan ;
- les $g(T)$ sont d'intérieurs disjoints.

Les pavages d'Escher ou de Penrose sont de sublimes objets qui permettent de mettre en évidence des transformations du plan. Commencer par faire une recherche sur ces objets afin de démarrer la discussion.

On va s'intéresser dans ce TP au cas particulier où $\mathcal{T}$ est réduit à un seul polygone.

1 $\mathcal{T}$ est un polygone régulier à n côtés

1. En raisonnant sur les angles au sommet d'un tel polygone, donner l'ensemble des n possibles.
2. Créer la figure correspondante à $n = 6$ (à enregistrer)

2 $\mathcal{T}$ est un parallélogramme

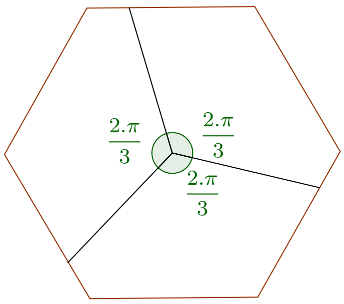
Faire la figure correspondante , et en déduire que l'on peut paver le plan dans le cas où $\mathcal{T}$ est un triangle quelconque (faire une animation).

3 $\mathcal{T}$ est un hexagone dont les côtés opposés sont parallèles et de même longueur (non forcément convexe)

Faire la figure, et en déduire que l'on peut paver le plan à l'aide d'un quadrilatère quelconque.

4 $\mathcal{T}$ est un pentagone.

En observant la figure suivante, créer un pavage de type pentagonal (dit de type 3) :



5 Pour aller plus loin sur les pavages pentagonaux

On connait en réalité 14 types de pavage pentagonaux du plan. On s'intéresse maintenant au dernier pavage pentagonal connu, dit de type 14. En observant les figures ci dessous, donner les dimensions et les angles de la tuile de base. On remarquera que l'un des angles de ce pentagone est droit et on posera $a = 1$ le plus côtés adjacent à cet angle droit.